379. 幾何雜話

松 村 宗 治 (台北大)

(I) 日本數學輯報第四巻ニ於ケル Süss 君ノ記号ヲ用ヒルコトニシ初等微分幾何ニ於テト相似ニ

$$(1) \quad \tan\phi = \frac{1}{3}\frac{d\rho}{ds}$$

ニテ定メラルルφヲ R-Deviation ト稱シ相對的平面

曲線ヲトリアツカフコトニスル。コヽニρハ相對曲率半徑、Sハ相對弧デアル。(1)ヨリ次ノ関係ヲ得ベシ。

$$S=3\oint\left(\int\tan\phi\, ds\right)d\sigma,$$

$$2I(\mathfrak{x})=3\int\left(\int\tan\phi\, ds\right)r\, d\sigma,$$

$$\rho=3\int\tan\phi\, ds$$

亦 R.-*Scheitel* ニ向ツテハ

$$\tan\phi=0$$

デアル、ツマリ相對偏差ノ言葉デ公式ガ書キ換ヘラレル。此ノ他尚コレデ書キカヘラルヽモノガ相對幾何ニアルデアロウ。

(II) 余ハ互ニ関係ヲ有スル表面ノ對ニツイテ考ヘ

(1) $$\mathfrak{x}_{uv}+\frac{\sigma}{\lambda}\mathfrak{x}_u+\frac{1}{\lambda}\mathfrak{x}_v=0$$

ヲ満足スル表面ヲ考ヘタ、今媒介曲線ハ直角即チ $\mathfrak{x}_u\mathfrak{x}_v=0$ ナリトス。

サテ$\mathfrak{x}$表面ガ球ナル場合ニハ

(2) $$\mathfrak{x}^2=1,\quad \mathfrak{x}\mathfrak{x}_u,\quad \mathfrak{x}\mathfrak{x}_v=0$$

トナル、尚 $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ 表面ハ共ニ $\mathfrak{x}$ ニ垂直デ且ツ $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ ハ互ニ垂直ナルモノトシ $\mathfrak{x}$上ノ媒介曲線ハ垂直網ヲ形成スルモノトセバ

(3) $$\frac{E(\mathfrak{y})}{A_1^2}=\frac{G(\mathfrak{y})}{B_1^2},\quad F(\mathfrak{y})=0$$

ガ成立スルコトガ余ル、但シ$E(\mathfrak{y})$, $F(\mathfrak{y})$, $G(\mathfrak{y})$ハ$\mathfrak{y}$表面ノ第一基本量デアル。

記号並ニ(3)ノ誘導ニハ Grove ノ論文(Transactions of American Math. Journ. vol. 29, p.60)ヲ参照シタ、ソシテ(2)ヲ用ヒタ。

同様ニ$\mathfrak{z}$表面ニツイテハ

$$(4)\qquad \frac{E(\mathfrak{z})}{A_2^2}=\frac{G(\mathfrak{z})}{B_2^2},\quad F(\mathfrak{z})=0$$

トナル、然ルニ日本数学輯報第四巻, p.101 ニ於ケル拙著論文ニヨレバニツノ卵形面$\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ニ於テ

$$(5)\qquad E(\mathfrak{y})=E(\mathfrak{z}),\quad F(\mathfrak{y})=F(\mathfrak{z}),\quad G(\mathfrak{y})=G(\mathfrak{z})$$

ナラバ移動ヲ除イテハ$\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ハ一意的ニ決定セラル、但シu, vノ同一ノ値ヲ有スル点ニ於ケル表面ノ法線ハ互ニ平行ナリトス。

(5)ヨリ次ノコトガ余ル。

$\mathfrak{z}$, $\mathfrak{y}$ハ共ニ卵形面デu, vノ同値ナル点ニ於ケル法線ハ互ニ平行ナリトセバ

$$A_1^2 : B_1^2 = A_2^2 : B_2^2$$

ナラバ移動ヲ除イテハ$\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ハ一意的ニ決定セラル。

(III)
$$\begin{aligned}&\mathfrak{y}_{uv}+a\,\mathfrak{y}_u+b\,\mathfrak{y}_v=0,\\ &\bar{\mathfrak{y}}_{uv}+\bar{a}\,\bar{\mathfrak{y}}_u+\bar{b}\,\bar{\mathfrak{y}}_v=0\end{aligned}\qquad (1)$$

ヲ満足スルニツノ表面$\mathfrak{y}$, $\bar{\mathfrak{y}}$ヲ考ヘル、コヽニ前カラモ余ガ考ヘタヤウニ

$$a=\frac{\sigma}{\lambda},\quad b=\frac{1}{\lambda},\quad \bar{a}=\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\lambda}},\quad \bar{b}=\frac{1}{\bar{\lambda}} \tag{2}$$

デアル、次ニ

$$\bar{\bar{\mathfrak{x}}}=c\,\mathfrak{x}+(1-c)\,\bar{\mathfrak{x}} \tag{3}$$

ナル $\bar{\bar{\mathfrak{x}}}$ 表面ヲ考ヘル、但シ c ハ常数デアル。

(3) ヨリ

$$\begin{aligned}
\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_u&=c\,\mathfrak{x}_u+(1-c)\,\bar{\mathfrak{x}}_u,\\
\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_v&=c\,\mathfrak{x}_v+(1-c)\,\bar{\mathfrak{x}}_v,\\
\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_{uv}&=c\,\mathfrak{x}_{uv}+(1-c)\,\bar{\mathfrak{x}}_{uv}
\end{aligned} \tag{4}$$

デアルカラ

$$\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_{uv}+\bar{\bar{a}}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_u+\bar{\bar{b}}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_v=0 \tag{5}$$

ガイヘル、コヽニ

$$\begin{aligned}
\bar{\bar{a}}&=c\,a+(1-c)\,\bar{a},\\
\bar{\bar{b}}&=c\,b+(1-c)\,\bar{b}
\end{aligned} \tag{6}$$

デアル、$\bar{\bar{\mathfrak{x}}}$ ガ *first sheet of congruence* ナル場合ニ *second sheet* ヲ $\mathfrak{x}_1$ トセバ

$$\mathfrak{x}_1=\bar{\bar{\mathfrak{x}}}+\frac{1}{2\bar{\bar{b}}}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_u \tag{7}$$

デアル、(7) ヨリ次ノ関係ヲ得。

$$\mathfrak{x}_1{}^2=\bar{\bar{\mathfrak{x}}}^2+\frac{1}{4\bar{\bar{b}}^2}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_u{}^2+\frac{1}{\bar{\bar{b}}}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}\,\bar{\bar{\mathfrak{x}}}_u \tag{8}$$

今 $\bar{\bar{\mathfrak{x}}}^2=1$ ナラバ

$$\mathfrak{x}_1{}^2=1+\frac{1}{4\bar{\bar{b}}^2}\,\bar{\bar{E}} \tag{9}$$

亦 $\mathfrak{K}_1^2 = const.$ ナラバ

$$1+\frac{1}{4\overline{\overline{\mathfrak{K}}}^2}\overline{\overline{E}}=const. \qquad (10)$$

ソレデ次ノ定理ヲ得ベシ。

$\overline{\overline{\mathfrak{K}}}$ガ球デ $\overline{\overline{\mathfrak{K}}}$ ノ mean points ノ locus ガ亦球ナラバ (10)ガ成立スル。

尚ホ亦斯ノ如ク考フルトキハ Stetson ノ研究(Annals of Math. 19, p. 106)ノ一ツノ一般化ヲ得ラルベク C=1 ノ場合ニハ Stetson ノ研究ニナル。

Stetson ノ論文ノ $\mathfrak{K}$ ノ代リニ $\overline{\overline{\mathfrak{K}}}$ ニツイテ同様ニ考究スルトキハ同氏ノ論文ノ一ツノ一般化ガ得ラル。